KOREA TECH
한국기술교육대학교

2027학년도 한국기술교육대학교 수시모집
모의 논술고사 문제지

시험과목	수리논술		
문제유형(시간)	100분		
지원학부(전공)	학부•과(전공)	성 명	
수 험 번 호		생년월일	

감독관의 지시가 있을 때까지 표지를 넘기지 마시오.

- 안내사항 -

1. 본 문제는 2027학년도 수시모집 논술전형 출제경향 제시를 위한 온라인 모의논술고사 문제입니다.
2. 100분(**시험 80분**, 답 업로드 20분) 이내에 답안지 이미지 업로드 및 최종제출을 완료해야 합니다.
3. 답안은 **검정색 볼펜**으로 작성하시기 바라며, 수정은 두 줄로 긋거나 수정테이프를 활용하세요.
4. 문제별로 **1면 이내에 답안을 작성하여 개별 업로드** 해주세요.
5. 이미지 해상도가 낮거나 답안지 양식을 사용하지 않을 경우 채점이 어려울 수 있습니다.

※ 문의처: 한국기술교육대학교 입학팀 ☎041-560-1236

문항 1

[배점 : 4점]

$\frac{(3 \times 3^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}}{3^{\sqrt{3}-1}}$ 의 값을 구하시오.

답안 및 해설 등 문항카드 정보

[출제범위] 수학 I

[핵심개념 및 용어] 지수, 지수법칙

[예상 소요시간] 5분 / 80분

[출제의도] 고등학교 수학 교육과정에서 배우는 지수법칙을 이해하고 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있는지 평가하는 문항이다.

[출제근거]

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호「별책8」"수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
1	[수학 I] (1) 지수함수와 로그함수 – 1 지수와 로그 [12수학 I 01-02] 지수가 유리수, 실수까지 확장될 수 있음을 이해한다. [12수학 I 01-03] 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미래엔 수학 I	황선욱 외 8	미래엔	2024	p.22
	좋은책신사고 수학 I	고성은 외 6	좋은책신사고	2024	p.20

[문항해설]

본 문항의 핵심적인 내용은「수학 I」의 지수함수와 로그함수 단원 중 지수와 로그에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 고등학교 수학 교육과정에서 배우는 지수법칙을 올바르게 이해하고 있는지, 이를 유기적으로 활용하여 실수 범위까지 확장된 지수식을 간단하게 정리하고 계산할 수 있는지를 평가한다.

[채점기준]

하위 문항	채점 기준	배점
1	분자를 정리하면 $3^{\sqrt{3}+3}$임을 구할 수 있다.	2점
	$\frac{(3\times 3^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}}{3^{\sqrt{3}-1}}=81$임을 구할 수 있다.	2점

예시답안

문제에서 주어진 식을 정리하면

$$\frac{(3\times 3^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}}{3^{\sqrt{3}-1}} = \frac{3^{\sqrt{3}}\times 3^{3}}{3^{\sqrt{3}-1}} = 3^{4} = 81$$

이다.

문항 2

[배점 : 4점]

1이 아닌 세 양수 a, b, c에 대하여 $a^2 = b^3 = c^4$일 때, $\log_a b + \log_b c + \log_c a$의 값을 구하시오.

답안 및 해설 등 문항카드 정보

[출제범위] 수학 I

[핵심개념 및 용어] 지수, 로그

[예상 소요시간] 5분 / 80분

[출제의도] 고등학교 수학 교육과정에서 배우는 지수와 로그의 정의와 성질을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[출제근거]

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호「별책8」"수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
2	[수학 I] (1) 지수함수와 로그함수 – 1 지수와 로그 [12수학 I 01-03] 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다. [12수학 I 01-04] 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학 I	류희찬 외 10	천재교과서	2024	p.29-34
	미래엔 수학 I	황선욱 외 8	미래엔	2024	p.24-31

[문항해설]

본 문항의 핵심적인 내용은「수학 I 」의 지수함수와 로그함수 단원 중 지수와 로그에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 지수와 로그의 성질을 올바르게 이해하고 있는지, 이를 활용하여 적용할 수 있는지를 평가한다.

[채점기준]

하위 문항	채점 기준	배점
2	$a=k^{\frac{1}{2}}, b=k^{\frac{1}{3}}, c=k^{\frac{1}{4}}$ 임을 구할 수 있다.	2점
	$\log_a b+\log_b c+\log_c a=\frac{41}{12}$ 임을 구할 수 있다.	2점

예시답안

$a^2 = b^3 = c^4 = k$라 하면 $a = k^{\frac{1}{2}}, b = k^{\frac{1}{3}}, c = k^{\frac{1}{4}}$이므로

$$\begin{aligned}\log_a b + \log_b c + \log_c a &= \log_{k^{\frac{1}{2}}} k^{\frac{1}{3}} + \log_{k^{\frac{1}{3}}} k^{\frac{1}{4}} + \log_{k^{\frac{1}{4}}} k^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} \\ &= \frac{41}{12}\end{aligned}$$

이다.

문항 3

[배점 : 8점]

$0 \le x \le 3\pi$에서 방정식 $\sin^2 x + 2\cos x + 2 + k = 0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합을 구하시오.

답안 및 해설 등 문항카드 정보

[출제범위] 수학 I

[핵심개념 및 용어] 삼각함수, 삼각방정식, 이차방정식의 실근

[예상 소요시간] 5분 / 80분

[출제의도] 고등학교 수학 교육과정에서 배우는 사인함수와 코사인함수의 상호 관계를 활용하여 삼각방정식을 치환된 형태의 이차방정식으로 변환하고, 제한된 구간 내에서 실근을 갖기 위한 조건을 논리적으로 추론할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[출제근거]

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호「별책8」"수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
3	[수학 I] (2) 삼각함수 – ① 삼각함수 [12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행 연도**	**쪽수**
고등학교 교과서	미래엔 수학 I	황선욱 외 8	미래엔	2024	p.78-90
	좋은책신사고 수학 I	고성은 외 6	좋은책신사고	2024	p.73-85

[문항해설]

본 문항의 핵심적인 내용은「수학 I」의 삼각함수 단원 중 삼각함수의 그래프에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 삼각함수의 성질과 그래프의 개형을 이해하고 있는지, 치환을 통해 삼각방정식을 이차방정식 형태로 변형한 후 주어진 제한된 구간 내에서 서로 다른 실근의 개수 조건을 만족하는 정수의 값을 구하는 과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

[채점기준]

하위 문항	채점 기준	배점
3	$\cos x = t$ 라 하면 문제에서의 방정식을 $-t^2+2t+3+k=0$ 으로 나타낼 수 있다.	2점
	$-1 < t < 1$ 에서 $-t^2+2t+3+k=0$ 의 근이 한 개만 있어야 함을 알 수 있다.	2점
	$-4 < k < 0$ 임을 구할 수 있다.	3점
	문제에서의 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 합이 -6 임을 구할 수 있다.	1점

예시답안

$\cos x = t$라 하면 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$로부터 문제에서의 방정식은 다음과 같이 t에 대한 이차방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\sin^2 x + 2\cos x + 2 + k = 0$$

$$(1 - \cos^2 x) + 2\cos x + 2 + k = 0$$

$$\therefore\ -t^2 + 2t + 3 + k = 0 \qquad \text{--- ㉠}$$

$0 \le x \le 3\pi$에서 방정식 $\sin^2 x + 2\cos x + 2 + k = 0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이기 위해서는 반드시 $-1 < t < 1$에서 이차방정식 ㉠의 근이 한 개만 있어야 한다. $g(t) = t^2 - 2t - 3 - k$라 할 때, 함수 $g(t)$의 대칭축이 $t = 1$이므로

$$g(-1) > 0, \quad g(1) < 0 \qquad \text{--- ㉡}$$

이면 $-1 < t < 1$에서 이차방정식 $g(t) = 0$의 근이 한 개만 있게 된다. 부등식 ㉡을 풀면

$$g(-1) = -k > 0, \quad g(1) = -4 - k < 0$$

$$\therefore\ -4 < k < 0$$

이므로, 문제에서의 조건을 만족시키는 모든 정수 k의 값의 합은

$$(-3) + (-2) + (-1) = -6$$

이다.

문항 4

[배점 : 8점]

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+x^2}{x+1}=2,\quad \lim_{x\to 3}\frac{f(x)-1}{x-3}=a$$

를 만족시킬 때, 상수 a의 값을 구하시오.

답안 및 해설 등 문항카드 정보

[출제범위] 수학Ⅱ

[핵심개념 및 용어] 함수의 극한

[예상 소요시간] 5분 / 80분

[출제의도] 고등학교 수학 교육과정에서 배우는 함수의 극한을 이해하고 함수의 극한값을 구할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[출제근거]

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호「별책8」"수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
4	[수학Ⅱ] (1) 함수의 극한과 연속 – ① 함수의 극한 [12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미래엔 수학Ⅱ	황선욱외8	미래엔	2024	p.18-22
	비상교육 수학Ⅱ	김원경외14	비상교육	2024	p.18-22

[문항해설]

본 문항의 핵심적인 내용은「수학Ⅱ」의 함수의 극한, 미분 단원 중 함수의 극한 단원에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 주어진 조건을 만족하는 다항함수를 추론할 수 있는지, 이를 활용하여 함수의 극한값을 적용하여 문제를 풀 수 있는지, 그리고 풀이 과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

[채점기준]

하위 문항	채점 기준	배점
4	$f(x) = -x^2+2x+b$ (단, b는 상수) 임을 구할 수 있다.	3점
	$b = 4$ 임을 구할 수 있다.	2점
	$a = -4$ 임을 구할 수 있다.	3점

예시답안

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)+x^2}{x+1}=2$를 만족시키는 다항함수 $f(x)+x^2$은 최고차항의 계수가 2인 일차함수이므로

$$f(x)=-x^2+2x+b \text{ (단, } b\text{는 상수)} \qquad \text{--- ㉠}$$

또한 $\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-1}{x-3}=a$에서 $x\to 3$일 때 (분모)$\to 0$이고 극한값이 존재하므로 (분자)$\to 0$이어야 한다. 즉, $\lim_{x\to 3} f(x)-1=f(3)-1=0$에서

$$f(3)=1$$

식 ㉠에서 $f(3)=-9+6+b=-3+b$이므로

$$-3+b=1$$

$$\therefore\ b=4$$

따라서, 문제에서 구하고자 하는 a의 값은

$$\begin{aligned} a &= \lim_{x\to 3}\frac{f(x)-1}{x-3} \\ &= \lim_{x\to 3}\frac{(-x^2+2x+4)-1}{x-3} \\ &= \lim_{x\to 3}\frac{-x^2+2x+3}{x-3} \\ &= \lim_{x\to 3}\frac{-(x-3)(x+1)}{x-3} \\ &= \lim_{x\to 3}-(x+1) \\ &= -(3+1) \\ &= -4 \end{aligned}$$

이다.

문항 5

[배점 : 8점]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. (단, a는 0이 아닌 실수이다.)

(가) $\{x \mid f(x)=0\} = \{-a, a, 2a\}$

(나) $f(0) > 0, f'(1) = -2$

답안 및 해설 등 문항카드 정보

[출제범위] 수학Ⅱ

[핵심개념 및 용어] 다항함수의 미분법, 도함수, 함수의 극대와 극소

[예상 소요시간] 5분 / 80분

[출제의도] 고등학교 수학 교육과정에서 배우는 삼차함수의 성질을 통해 직접 삼차함수를 구성하고, 다항함수의 미분법을 이용하여 주어진 미분계수 조건을 만족하는 미지수를 정확하게 계산할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[출제근거]

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호「별책8」"수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
5	[수학Ⅱ] (2) 미분 – ① 미분계수 [12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. [수학Ⅱ] (2) 미분 – ② 도함수 [12수학Ⅱ02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미래엔 수학Ⅱ	황선욱 외 8	미래엔	2024	p.61-66
	좋은책신사고 수학Ⅱ	고성은 외 6	좋은책신사고	2024	p.61-66

[문항해설]

본 문항의 핵심적인 내용은「수학Ⅱ」의 미분 단원 중 도함수와 도함수의 활용에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 삼차함수의 근과 인수분해의 관계를 이해하여 조건에 부합하는 함수식을 스스로 구성할 수 있는지, 다항함수의 미분법을 적용하여 주어진 미분계수 조건을 만족하는 미지수를 구하고 최종적인 함수값을 정확하게 계산할 수 있는지를 평가한다.

[채점기준]

하위 문항	채점 기준	배점
5	$f(x)=(x+a)(x-a)(x-2a)$ 임을 구할 수 있다.	3점
	$a=1$ 임을 구할 수 있다.	3점
	$f(4)=30$ 임을 구할 수 있다.	2점

예시답안

조건 (가)의 $\{x \mid f(x)=0\} = \{-a, a, 2a\}$에서

$$f(-a)=0, f(a)=0, f(2a)=0$$

이고, 함수 $f(x)$가 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이므로

$$f(x) = (x+a)(x-a)(x-2a) = x^3-2ax^2-a^2x+2a^3 \quad \text{--- ㉠}$$

식 ㉠에서 $f'(x) = 3x^2-4ax-a^2$이므로

$$f'(1) = -a^2-4a+3$$

이다. 조건 (나)에서 $f'(1) = -2$이므로

$$-a^2-4a+3 = -2$$

$$(a+5)(a-1)=0$$

$$\therefore\ a = -5,\ 1$$

식 ㉠에서 $f(0) = 2a^3$이므로

(i) $a = -5$이면 $f(0) = -250 < 0$

(ii) $a = 1$이면 $f(0) = 2 > 0$

이다. 조건 (나)에서 $f(0) > 0$이므로 $a = 1$이다. 따라서, 정리하면

$$f(x) = x^3-2x^2-x+2$$

이므로 $f(4) = 30$이다.

문항 6

[배점 : 12점]

함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & (x \le a) \\ 2x-6 & (x > a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 합을 구하시오.

답안 및 해설 등 문항카드 정보

[출제범위] 수학Ⅱ

[핵심개념 및 용어] 함수의 연속

[예상 소요시간] 9분 / 80분

[출제의도] 고등학교 수학 교육과정에서 배우는 함수의 연속 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[출제근거]

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호「별책8」"수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
6	[수학Ⅱ] (2) 함수의 극한과 연속 – ② 함수의 연속 [12수학Ⅱ01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다. [12수학Ⅱ01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미래엔 수학Ⅱ	황선욱외8	미래엔	2024	p.31-36
	비상교육 수학Ⅱ	김원경외14	비상교육	2024	p.31-36

[문항해설]

본 문항의 핵심적인 내용은「수학Ⅱ」의 함수의 극한과 연속 단원 중 함수의 연속에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 함수의 연속의 뜻을 알고 연속함수의 성질을 이해하고 있는지, 이를 적용할 수 있는지, 그리고 풀이 과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

[채점기준]

하위 문항	채점 기준	배점
6	$x=a$에서의 연속 조건 $\lvert a^2-4a+3\rvert = \lvert 2a-6\rvert$임을 구할 수 있다.	5점
	$a=-1, 3$임을 구할 수 있다.	5점
	모든 a의 값의 합이 2임을 구할 수 있다.	2점

예시답안

함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되려면 $x=a$에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x\to a+}|f(x)| = \lim_{x\to a-}|f(x)| = |f(a)|$$

이어야 한다. 즉,

$$|a^2-4a+3| = |2a-6|$$

$$\therefore\ a^2-4a+3 = \pm(2a-6)$$

(i) $a^2-4a+3 = 2a-6$일 때,

$$a^2-6a+9 = 0$$

$$(a-3)^2 = 0$$

$$\therefore\ a = 3$$

(ii) $a^2-4a+3 = -2a+6$일 때,

$$a^2-2a-3 = 0$$

$$(a+1)(a-3) = 0$$

$$\therefore\ a = -1,\ 3$$

(i), (ii)로부터 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은 -1, 3이므로 그 합은 $(-1)+3 = 2$이다.

문항 7

[배점 : 12점]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x)-2 & (x \le -1) \\ \dfrac{(x+1)^2}{f(x)+2} & (x > -1) \end{cases}$$

라 하자. $\lim_{x\to -1+} g(x) = \lim_{x\to -1-} g(x)+2$를 만족시킬 때, 닫힌구간 $\left[-2, -\dfrac{3}{4}\right]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. (단, $f(-1)\neq 0$)

답안 및 해설 등 문항카드 정보

[출제범위] 수학Ⅱ

[핵심개념 및 용어] 함수의 극한, 도함수, 함수의 극대와 극소, 함수의 최대와 최소

[예상 소요시간] 9분 / 80분

[출제의도] 고등학교 수학 교육과정에서 배우는 함수의 극한 성질을 통해 다항함수의 식을 추론하고, 도함수를 활용하여 함수의 증가와 감소 및 극값을 판정함으로써 제한된 구간 내에서의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있는지 평가하는 문항이다.

[출제근거]

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호「별책8」"수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
7	[수학Ⅱ] (1) 함수의 극한과 연속 – ① 함수의 극한 [12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다. [수학Ⅱ] (2) 미분 – ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행 연도**	**쪽수**
고등학교 교과서	미래엔 수학Ⅱ	황선욱 외 8	미래엔	2024	p.15-22 p.82-93
	좋은책신사고 수학Ⅱ	고성은 외 6	좋은책신사고	2024	p.16-22 p.80-90

[문항해설]

본 문항의 핵심적인 내용은「수학Ⅱ」의 함수의 극한과 연속 단원과 미분 단원 중 도함수의 활용에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 함수의 연속성과 분수 형태 극한의 성질을 결합하여 다항함수의 식을 구체적으로 추론할 수 있는지, 도함수를 활용하여 함수의 증감과 극값을 판정하고 주어진 닫힌구간에서 함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 과정을 체계적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

[채점기준]

하위 문항	채점 기준	배점
7	$f(x)+2=(x+1)^2(x-a)$ (단, a는 실수) 임을 구할 수 있다.	4점
	$f(x)=(x+1)^2\left(x+\frac{1}{2}\right)-2$ 임을 구할 수 있다.	3점
	최댓값 $f(-1)=-2$ 임을 구할 수 있다.	2점
	최솟값 $f(-2)=-\frac{7}{2}$ 임을 구할 수 있다.	2점
	최댓값과 최솟값의 합이 $-\frac{11}{2}$ 임을 구할 수 있다.	1점

예시답안

삼차함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 연속이므로

$$\lim_{x\to -1-} g(x) = f(-1)-2$$

이다. 이로부터 문제에서의 조건을 정리하면

$$\lim_{x\to -1+} g(x) = \lim_{x\to -1+} \frac{(x+1)^2}{f(x)+2} = f(-1) \qquad \text{--- ㉠}$$

이다. $f(-1)\neq 0$이므로 식 ㉠에서 극한값은 0이 아니다. 그런데 $x\to -1+$ 일 때 (분자)$\to 0$이므로 (분모)$\to 0$이어야 한다. 즉,

$$\lim_{x\to -1+} f(x)+2 = 0$$

$$\therefore\ f(-1)+2=0 \qquad \text{--- ㉡}$$

식 ㉡으로부터 삼차식 $f(x)+2$는 $x+1$을 인수로 가지므로

$$f(x)+2=(x+1)Q(x) \qquad (\text{단, } Q(x)\text{는 이차식})$$

로 놓을 수 있고, 이를 식 ㉠에 대입하면

$$\lim_{x\to -1+} \frac{(x+1)}{Q(x)} = f(-1) = -2 \qquad \text{--- ㉢}$$

이다. 식 ㉢에서 극한값이 존재하기 위해서는 $x\to -1+$ 일 때 (분자)$\to 0$이므로 (분모)$\to 0$이어야 한다. 즉,

$$\lim_{x\to -1+} Q(x) = Q(-1) = 0 \qquad \text{--- ㉣}$$

식 ㉣로부터 이차식 $Q(x)$는 $x+1$을 인수로 가지고, $f(x)$의 최고차항의 계수가 1이므로

$$f(x)+2=(x+1)^2(x-a) \qquad (\text{단, } a\text{는 실수})$$

이다. 이를 식 ㉠에 대입하면

$$\lim_{x\to -1+} \frac{1}{x-a} = -2$$

$$-1-a=-\frac{1}{2}$$

$$\therefore\ a=-\frac{1}{2}$$

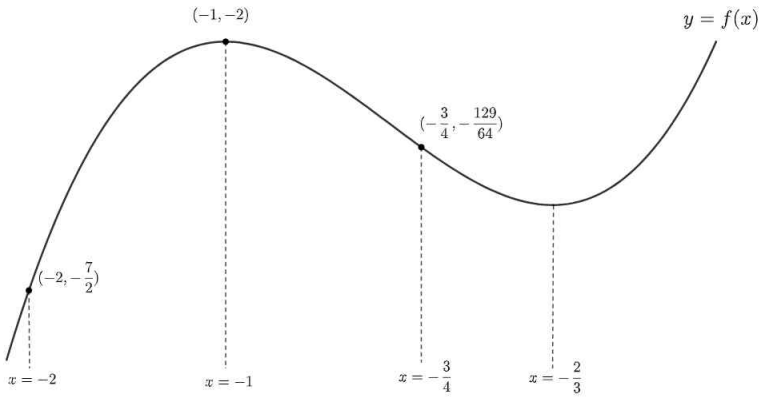
이다. 정리하면 함수 $f(x)$는

$$f(x)=(x+1)^2\left(x+\frac{1}{2}\right)-2=x^3+\frac{5}{2}x^2+2x-\frac{3}{2}$$

이다. 이를 미분하면

$$f'(x) = 3x^2 + 5x + 2 = (x+1)(3x+2)$$

이고, $f'(x) = 0$을 만족시키는 해는 $x = -1,\ -\frac{2}{3}$ 이다.



위의 그림과 같이 닫힌구간 $\left[-2, -\frac{3}{4}\right]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값과 최솟값은

$$f(-2) = -\frac{7}{2} \qquad \text{(최솟값)}$$

$$f(-1) = -2 \qquad \text{(최댓값)}$$

$$f\left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{129}{64}$$

이다. 따라서, 최댓값과 최솟값의 합은

$$(-2) + \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{11}{2}$$

이다.

문항 8

[배점 : 12점]

다항함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)+\int_0^x (x-t)f'(t)\,dt = g(x)$

(나) $g(x) = -g(-x)$

$f(1)+g(1)$의 값을 구하시오.

답안 및 해설 등 문항카드 정보

[출제범위] 수학Ⅱ

[핵심개념 및 용어] 도함수, 정적분, 항등식

[예상 소요시간] 9분 / 80분

[출제의도] 고등학교 수학 교육과정에서 배우는 정적분과 미분의 관계 및 정적분으로 정의된 함수의 성질을 이해하고 다항함수의 대칭성을 결합하여 미지의 다항함수를 항등식 관점에서 결정할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[출제근거]

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호「별책8」"수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
8	[수학Ⅱ] (2) 미분 - ② 도함수 [12수학Ⅱ02-04] 함수 $y=x^n$(n은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다. [12수학Ⅱ02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다. [수학Ⅱ] (3) 적분 - ② 정적분 [12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다. [12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 수학Ⅱ	김원경 외 14	비상교육	2024	p.59-67 p.112-121
	고등학교 수학Ⅱ	권오남 외 14	교학사	2024	p.68-76 p.130-138

[문항해설]

본 문항의 핵심적인 내용은「수학Ⅱ」의 도함수와 정적분 단원 중 다항함수의 도함수, 다항함수의 정적분에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 주어진 함수의 형태를 유추할 수 있는지, 미분과 적분의 관계를 이해하고 있는지를 평가한다.

[채점기준]

하위 문항	채점 기준	배점
8	$g(x)=x^3+ax$ (a는 상수) 임을 구할 수 있다.	3점
	$f(x)=px^2+qx$ (p, q는 상수) 임을 구할 수 있다.	4점
	$f(x)=3x^2-6x$ 임을 구할 수 있다.	2점
	$g(x)=x^3-6x$ 임을 구할 수 있다.	2점
	$f(1)+g(1)=-8$ 임을 구할 수 있다.	1점

예시답안

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $g(x)=-g(-x)$를 만족시키므로

$$g(x)=x^3+ax \qquad (\text{단, } a\text{는 상수})$$

로 놓을 수 있다. $f(x)+\int_0^x (x-t)f'(t)\,dt=g(x)$에서

$$f(x)+x\int_0^x f'(t)\,dt-\int_0^x tf'(t)\,dt=x^3+ax \qquad \text{--- ㉠}$$

식 ㉠의 양변에 $x=0$을 대입하면

$$f(0)=0 \qquad \text{--- ㉡}$$

이고, 한편 식 ㉠의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$f'(x)+\int_0^x f'(t)dt+xf'(x)-xf'(x)=3x^2+a$$

$$f'(x)+f(x)-f(0)=3x^2+a$$

$$\therefore\ f'(x)+f(x)=3x^2+a \qquad (\because\ f(0)=0) \qquad \text{--- ㉢}$$

이고, 식 ㉢으로부터 $f(x)$는 이차함수이다. 식 ㉡을 이용하면

$$f(x)=px^2+qx \qquad (\text{단, } p, q\text{는 상수})$$

이고, 식 ㉢으로부터

$$2px+q+px^2+qx=3x^2+a$$

$$px^2+(2p+q)x+q=3x^2+a$$

$$\therefore\ p=3,\ q=-6,\ a=-6$$

이다. 따라서, 정리하면

$$f(x)=3x^2-6x, \qquad g(x)=x^3-6x$$

이므로 $f(1)+g(1)=(-3)+(-5)=-8$이다.

문항 9

[배점 : 16점]

1보다 큰 자연수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = \left|(\log_a x)^2 - 5\log_a x + 5\right|$$

라 하자. $2 \le x \le 4$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \ge 1$이 성립하도록 하는 모든 자연수 a의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{a_n\}$이라 할 때,

$$\sum_{n=1}^{5} a_n$$

의 값을 구하시오.

답안 및 해설 등 문항카드 정보

[출제범위] 수학 I

[핵심개념 및 용어] 로그, 이차부등식

[예상 소요시간] 14분 / 80분

[출제의도] 고등학교 수학 교육과정에서 배우는 로그의 성질과 치환을 이용해 복잡한 부등식을 이차부등식 형태로 변형하고, 특정 조건이 항상 성립하기 위한 매개변수 간의 규칙성을 수열의 합 개념과 융합하여 해결할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[출제근거]

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호「별책8」"수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
9	[수학 I] (1) 지수함수와 로그함수 – ② 지수함수와 로그함수 [12수학 I 01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. [수학 I] (3) 수열 – ② 수열의 합 [12수학 I 03-04] Σ의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미래엔 수학 I	황선욱 외 8	미래엔	2024	p.44-48 p.143-145
	좋은책신사고 수학 I	고성은 외 6	좋은책신사고	2024	p.43-45 p.133-135

[문항해설]

본 문항의 핵심적인 내용은「수학 I 」의 지수함수와 로그함수 단원 중 지수함수와 로그함수의 활용에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 로그의 치환을 활용하여 제한된 범위 내에서 절댓값을 포함한 부등식이 항상 성립하기 위한 조건을 유도할 수 있는지, 이를 만족하는 자연수 조건을 수열의 개념과 연결하여 최종적인 합을 해결할 수 있는지를 평가한다.

[채점기준]

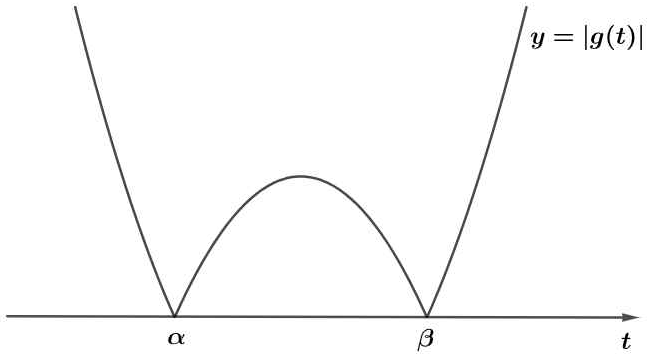
하위 문항	채점 기준	배점
9	$\log_a x = t$ 일 때, $f(x) = \left\|t^2-5t+5\right\|$ 임을 구할 수 있다.	2점
	$g(t) = t^2-5t+5$ 일 때, 방정식 $\left\|g(t)\right\| = 1$ 의 근을 모두 구하면 $t = 1$, 2, 3, 4 임을 구할 수 있다.	3점
	부등식 $\left\|g(t)\right\| \geq 1$ 을 풀면 $t \leq 1$, $2 \leq t \leq 3$, $t \geq 4$ 임을 구할 수 있다.	4점
	$2 \leq x \leq 4$ 일 때, $\log_a 2 \leq t \leq \log_a 4$ 임을 구할 수 있다.	2점
	문제에서의 조건을 만족시키는 a 의 값 중 자연수를 작은 수부터 나열하면 4, 5, 6, 7, 8, $\cdots$ 임을 구할 수 있다.	4점
	$\sum_{n=1}^{5} a_n = 30$ 임을 구할 수 있다.	1점

예시답안

$\log_a x = t$라 하면

$$f(x) = \left|(\log_a x)^2 - 5\log_a x + 5\right| = \left|t^2 - 5t + 5\right|$$

이다. 이때 $g(t) = t^2 - 5t + 5$라 하자. 방정식 $g(t) = 0$의 근을 α, β라 하면, 함수 $y = |g(t)|$의 그래프는 다음 그림과 같다.



두 방정식

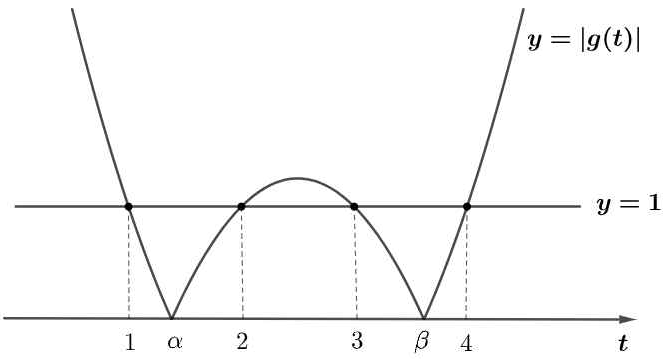
$$g(t) = t^2 - 5t + 5 = 1 \qquad \therefore\ t = 1,\ 4$$

$$g(t) = t^2 - 5t + 5 = -1 \qquad \therefore\ t = 2,\ 3$$

의 근으로부터 다음 그림과 같이 나타낼 수 있고, 부등식 $|g(t)| \geq 1$을 풀면

$$t \leq 1,\ 2 \leq t \leq 3,\ t \geq 4 \qquad \text{--- ㉠}$$

이다.



한편, $a > 1$이므로 $2 \leq x \leq 4$일 때

$$\log_a 2 \leq t \leq \log_a 4 \qquad \text{--- ㉡}$$

이다. 부등식 ㉡을 만족시키는 t가 항상 부등식 ㉠을 만족시키기 위해서는 다음 세 가지

중에 한 가지가 성립되어야 한다.

(i) $\log_a 4 \le 1$, 즉 $a \ge 4$

(ii) $2 \le \log_a 2$이고 $\log_a 4 \le 3$, 즉 $a \le \sqrt{2}$ 이고 $a \ge \sqrt[3]{4}$

(이 경우, $\sqrt{2} < \sqrt[3]{4}$ 이므로 만족시키는 a가 없다.)

(iii) $4 \le \log_a 2$, 즉 $a \le \sqrt[4]{2}$

(이 경우, $\sqrt[4]{2} < 2$이므로 만족시키는 1보다 큰 자연수 a가 없다.)

위의 결과 (i)-(iii)으로부터 문제에서의 수열 $\{a_n\}$은

$$a_n = 3 + n$$

이고, 따라서 문제에서 구하고자 하는 값은

$$\sum_{n=1}^{5} a_n = 4+5+6+7+8 = 30$$

이다.

문항 10

[배점 : 16점]

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x (|f(t)|-|t|)\,dt$$

라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=2$, $x=6$에서 극값을 갖는다.
(나) $f(2)<0$, $f(6)>0$
(다) $f(0)=0$, $f'(0)=1$

(1) $f(x)=xQ(x)$라 할 때, $Q(2)+Q(6)$의 값을 구하시오. (단, $Q(x)$는 다항식) (8점)

(2) 함수 $f(x)$가 $x=\alpha$와 $x=\beta$에서 극값을 가질 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하시오.
(단, $\alpha<\beta$) (8점)

답안 및 해설 등 문항카드 정보

[출제범위] 수학Ⅱ

[핵심개념 및 용어] 함수의 극값, 도함수, 정적분

[예상 소요시간] 14분 / 80분

[출제의도] 고등학교 수학 교육과정에서 배우는 함수의 극대와 감소, 도함수, 정적분의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[출제근거]

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호「별책8」"수학과 교육과정"
문항 및 제시문	**학습내용 성취기준**
10	[수학Ⅱ] (2) 미분 – ③ 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [수학Ⅱ] (3) 적분 – ② 정적분 [12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다. [12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	**도서명**	**저자**	**발행처**	**발행 연도**	**쪽수**
고등학교 교과서	미래엔 수학Ⅱ	황선욱 외 8	미래엔	2024	p.92-93, p.122-127
	비상교육 수학Ⅱ	김원경 외 14	비상교육	2024	p.88-89, p.112-117

[문항해설]

본 문항의 핵심적인 내용은「수학Ⅱ」의 미분 단원 중 도함수의 활용, 적분 단원 중 정적분에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 다항함수의 극대와 극소, 정적분을 이해하고 있는지, 이를 적용할 수 있는지, 그리고 풀이 과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

[채점기준]

하위 문항	채점 기준	배점
10-(1)	$g'(x)=\|f(x)\|-\|x\|$임을 구할 수 있다.	3점
	$\|Q(2)\|=1,\ \|Q(6)\|=1$임을 구할 수 있다.	3점
	$Q(2)+Q(6)=0$임을 구할 수 있다.	2점
10-(2)	$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+x$임을 구할 수 있다.	4점
	함수 $f(x)$가 극값을 갖는 두 점 x의 합이 4임을 구할 수 있다.	4점

예시답안

(1) $f(0)=0$이고 $f(x)$는 삼차함수이므로

$$f(x)=xQ(x) \qquad (\text{단, } Q(x)\text{는 이차식}) \qquad \text{--- ㉠}$$

이다. 한편, $g(x)=\int_0^x (|f(t)|-|t|)\,dt$이므로

$$g'(x)=|f(x)|-|x|$$

이고, 식 ㉠으로부터

$$g'(x)=|xQ(x)|-|x|=|x|(|Q(x)|-1)$$

이다. 조건 (가)로부터 함수 $g(x)$는 $x=2$, $x=6$에서 극값을 가지므로

$$g'(2)=0,\ g'(6)=0$$

이고, 따라서

$$|Q(2)|=1,\ |Q(6)|=1$$

이다. 조건 (나)에서 $f(2)<0$을 이용하면 $f(2)=2Q(2)<0$이므로

$$Q(2)<0$$

이고, $|Q(2)|=1$이므로

$$Q(2)=-1 \qquad \text{--- ㉡}$$

이다. 또한, 조건 (나)에서 $f(6)>0$을 이용하면 $f(6)=6Q(6)>0$이므로

$$Q(6)>0$$

이고, $|Q(6)|=1$이므로

$$Q(6)=1 \qquad \text{--- ㉢}$$

이다. ㉡과 ㉢으로부터

$$Q(2)+Q(6)=(-1)+1=0$$

이다.

(2) 식 ㉠으로부터

$$f'(x)=Q(x)+xQ'(x)$$

이므로 $f'(0)=Q(0)$이다. 조건 (다)에서 $f'(0)=1$이므로

$$Q(0)=1 \qquad \text{--- ㉣}$$

이다. 따라서, ㉡, ㉢, ㉣를 만족시키는 이차함수 $Q(x)$를 구하면

$$Q(x)=\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{2}x+1$$

이고, 식 ㉠으로부터

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+x$$

이다. 함수 $f(x)$가 극값을 갖는 α, β는

$$f'(x)=\frac{3}{4}x^2-3x+1=0$$

의 두 근이므로

$$\alpha+\beta=-\frac{-3}{\frac{3}{4}}=4$$

이다.